



QUANPIN ZHINENGZUOYE

智能作业

高中数学¹
必修第一册

RJB

主编：肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

- 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。
- 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。
- 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

特点一 课时作业，分层设置

- 夯实基础——巩固必备知识、落实规范解答
- 素养提能——提升学科素养、形成关键能力
- 思维训练——拓广解题思路、探索新颖题目



特点二 不断进行复习巩固，对常见题型进行总结

- 素养测评滚动——对知识进行阶段测评，验收每一阶段学习成果
- 热点题型探究——题型方法全面概括，解析本章热点题型

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷

知识覆盖到位，有助查漏补缺

阶段素养测评卷

模块素养测评卷

覆盖全书知识，精准备战期末



**精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，
助力同步高效学习！**

CONTENTS

全品智能作业·数学 RJB

01

第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合	01
1.1.1 集合及其表示方法	01
1.1.2 集合的基本关系	03
1.1.3 集合的基本运算	05
第1课时 集合的交集与并集的运算	05
第2课时 集合的全集、补集的运算	07
1.2 常用逻辑用语	09
1.2.1 命题与量词	09
1.2.2 全称量词命题与存在量词命题的否定	11
1.2.3 充分条件、必要条件	13
☑ 素养测评滚动(一)	15

02

第二章 等式与不等式

2.1 等式	17
2.1.1 等式的性质与方程的解集	17
2.1.2 一元二次方程的解集及其根与系数的关系	19
2.1.3 方程组的解集	21
2.2 不等式	23
2.2.1 不等式及其性质	23
第1课时 不等式及其性质	23
第2课时 不等式的证明方法	25
2.2.2 不等式的解集	27
2.2.3 一元二次不等式的解法	29
2.2.4 均值不等式及其应用	31
第1课时 均值不等式	31
第2课时 均值不等式的应用	33
☑ 素养测评滚动(二)	35
☑ 热点题型探究(一)	37

- 题型1 和定求积(已知和为定值,求积的最大值) / 37
- 题型2 积定求和(已知积为定值,求和的最小值) / 37
- 题型3 和定求和(已知和为定值,求和的最小值) / 37
- 题型4 由等式得范围 / 38
- 题型5 利用常数“1”的代换证明不等式 / 38

3.1 函数的概念与性质	39
3.1.1 函数及其表示方法	39
第1课时 函数的概念 / 39	
第2课时 函数的表示方法 / 41	
第3课时 分段函数 / 43	
3.1.2 函数的单调性	45
第1课时 单调性的定义与证明 / 45	
第2课时 函数的平均变化率 / 47	
3.1.3 函数的奇偶性	49
第1课时 函数的奇偶性 / 49	
第2课时 函数奇偶性的应用 / 51	
3.2 函数与方程、不等式之间的关系	53
第1课时 函数的零点, 二次函数的零点及其与对应方程、不等式解集之间的关系 / 53	
第2课时 零点的存在性及其近似值的求法 / 55	
3.3 函数的应用(一)	57
3.4 数学建模活动: 决定苹果的最佳出售时间点	61
☑ 素养测评滚动(三)	63
☑ 热点题型探究(二)	65
• 题型1 利用单调性与奇偶性解关于不等式的问题 / 65	
• 题型2 利用函数奇偶性、单调性解决最值问题 / 65	
• 题型3 利用函数的奇偶性、单调性解决恒成立问题 / 66	
• 题型4 嵌套函数问题 / 66	
■ 参考答案	67

◆ 素养测评卷 ◆

单元素养测评卷(一)	卷1	模块素养测评卷(一)	卷11
单元素养测评卷(二)	卷3	模块素养测评卷(二)	卷13
阶段素养测评卷(一)	卷5	模块素养测评卷(三)	卷15
阶段素养测评卷(二)	卷7		
单元素养测评卷(三)	卷9	参考答案	卷17

1.1 集合

1.1.1 集合及其表示方法

基础 夯实篇

- 已知集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()
 A. $-1 \in A$ B. $1 \in A$
 C. $-\sqrt{2} \in A$ D. $2 \in A$
- 下列关系中正确的是 ()
 A. $\sqrt{2} \notin \mathbf{R}$ B. $0 \in \mathbf{N}^*$
 C. $\frac{1}{3} \in \mathbf{Q}$ D. $\sqrt{\pi^2} \in \mathbf{Z}$
- 用“book”中的字母构成的集合中元素的个数为 ()
 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4
- 设集合 A 中只含有一个元素 a , 则下列各式正确的是 ()
 A. $0 \in A$ B. $a \notin A$
 C. $a \in A$ D. $a = A$
- (多选题) 给出下列说法, 其中正确的有 ()
 A. 中国的所有直辖市可以构成一个集合
 B. 高一(1)班较胖的同学可以构成一个集合
 C. 正偶数的全体可以构成一个集合
 D. 大于 2001 且小于 2025 的所有整数不能构成集合
- 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 3 < x < 7\}$ 用列举法可表示为 _____.
- 若 $m \in \{m | 3 < m \leq 5, m \in \mathbf{Z}\}$, 则 $[m, 2m - 4]$ 所表示的区间为 _____.
- 用描述法表示下列集合:
 (1) 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 的所有实数解组成的集合;
 (2) 不等式 $2x - 3 > 5$ 的解集;
 (3) 所有被 3 整除的整数组成的集合.

素养 提能篇

- 集合 $\{x \in \mathbf{Z} | (3x - 1)(x - 4) = 0\}$ 可化简为 ()
 A. $\{\frac{1}{3}\}$ B. $\{4\}$
 C. $\{\frac{1}{3}, 4\}$ D. $\{-\frac{1}{3}, -4\}$
- 设集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | 3 \leq x < 6\}$, $B = \{3, 4\}$, 若 $m \in A$ 且 $m \notin B$, 则 m 等于 ()
 A. 3 B. 4
 C. 5 D. 6
- 已知 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$, 且 $2 \in A$, 则 m 等于 ()
 A. 2 B. 3
 C. 0 或 3 D. 0 或 2 或 3
- 由实数 $-a, a, |a|, \sqrt{a^2}$ 所组成的集合最多含有的元素个数是 ()
 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4
- (多选题) 下列说法中正确的有 ()
 A. $\pi \in \mathbf{R}$
 B. 若 $-a \notin A$, 则 $a \in A$
 C. $0 \notin \emptyset$
 D. 三个集合 $A = \{x | y = x^2 + 2\}$, $B = \{y | y = x^2 + 2\}$, $C = \{(x, y) | y = x^2 + 2\}$ 相等
- 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x + y \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 _____.

思维训练篇

15. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - ax - b = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $\{-2\} = A$, 则 $ab =$ _____.
16. 已知集合 $M = \{2, a, b\}$, $N = \{2a, 2, b^2\}$, 且 M 与 N 中的元素相同, 求 a, b 的值.

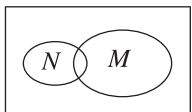
17. 用列举法表示集合 $M = \left\{ m \mid \frac{10}{m+2} \in \mathbf{N}, m \in \mathbf{Z} \right\} =$ _____.

18. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 + 2x + 1 = 0\}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.
- (1) 若 1 是 A 中的一个元素, 用列举法表示 A ;
- (2) 若 A 中至多有一个元素, 试求 a 的取值范围.

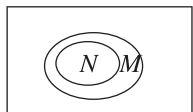
1.1.2 集合的基本关系

基础 夯实篇

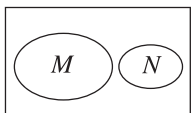
- 已知集合 $P = \{2, 4, 6, 8\}$, 则集合 P 的真子集的个数是 ()
 A. 4 B. 14
 C. 15 D. 16
- 设集合 $A = \{x \in \mathbf{Q} | x > -1\}$, 则 ()
 A. $0 \notin A$ B. $\sqrt{2} \in A$
 C. $\{2\} \subseteq A$ D. $\{\sqrt{2}\} \subseteq A$
- 若 $[-1, 2) \subseteq (-\infty, k]$, 则实数 k 的取值范围是 ()
 A. $k \leq 2$ B. $k \geq -1$
 C. $k > -1$ D. $k \geq 2$
- 下列结论中正确的是 ()
 A. $\mathbf{Z} \subseteq \mathbf{N} \subseteq \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$
 B. $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{R} \subseteq \mathbf{Q}$
 C. $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$
 D. $\mathbf{R} \subseteq \mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$
- 已知 $A = \{x | x < 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 则集合 B 可能是 ()
 A. $\{x | x > -1\}$ B. \mathbf{R}
 C. $\{-2, -3\}$ D. $\{-3, -1, 0, 1\}$
- 下列能正确表示集合 $M = \{-1, 0\}$ 和 $N = \{x | x^2 - x = 0\}$ 关系的维恩图是 ()



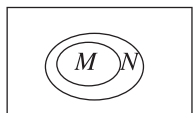
A



B



C



D

- 用适当的符号填空(填“ \subseteq ”“ \supseteq ”“ $=$ ”):
 (1) $\{0\}$ _____ $(-2, 3)$;
 (2) $\{a, c, b\}$ _____ $\{a, b, c\}$;
 (3) \mathbf{R} _____ $(-\infty, -3]$;
 (4) $\{1, 2, 4\}$ _____ $\{x | x \text{ 是 } 8 \text{ 的约数}\}$.

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + b = 0, a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}\}$.
 (1) 若 $A = \{1\}$, 求 a, b 的值;
 (2) 若 $B = \{x \in \mathbf{Z} | -3 < x < 0\}$, 且 $A = B$, 求 a, b 的值.

素养 提能篇

- 设集合 $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{3} + \frac{1}{6}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{6} + \frac{1}{3}, k \in \mathbf{Z}\right\}$, 则 M, N 的关系为 ()
 A. $M \subseteq N$ B. $M = N$
 C. $M \supseteq N$ D. $M \in N$
- 满足 $\{1\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3\}$ 的集合 A 的个数为 ()
 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4
- 已知集合 $A = \{1 + x^2, x\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 x 的值是 ()
 A. -1 B. 1
 C. 3 D. 4
- (多选题)[2023·重庆荣昌中学高一期中] 下列说法正确的是 ()
 A. 任何集合都是它自身的真子集
 B. 集合 $\{a, b\}$ 共有 4 个子集
 C. 集合 $\{x | x = 3n + 1, n \in \mathbf{Z}\} = \{x | x = 3n - 2, n \in \mathbf{Z}\}$
 D. 集合 $\{x | x = 1 + a^2, a \in \mathbf{N}^*\} = \{x | x = a^2 - 4a + 5, a \in \mathbf{N}^*\}$

思维训练篇

13. (多选题) 已知集合 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid 2a - 3 < x < a - 2\}$, 则下列说法中正确的是 ()
- A. 不存在实数 a , 使得 $A = B$
- B. 当 $a = 4$ 时, $A \subseteq B$
- C. 当 $0 \leq a \leq 4$ 时, $B \subseteq A$
- D. 存在实数 a , 使得 $B \subseteq A$
14. 设集合 $A = \{x, y\}$, $B = \{0, x^2\}$, 若 $A = B$, 则 $2x + y =$ _____.
15. [2024 · 北京朝阳区高一期末] 已知非空集合 $B \subseteq A$, 记 $T(B)$ 为集合 B 中所有元素之和, 并规定当 B 中只有一个元素 b 时, $T(B) = b$. 若 $A = \{1, 2, 5, 6, 7, 8\}$, $T(B) = 8$, 则所有可能的集合 B 为 _____.
16. 已知集合 $A = \{x \mid a - 1 < x < 2a + 1\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 1\}$.
- (1) 若 A 为空集, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 B 是 A 的真子集, 求实数 a 的取值范围.

17. 已知 A, B 为集合, 定义 $A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$, 则下列说法中正确的是 ()
- A. 若 $A - B = A$, 则 $B = \emptyset$
- B. 若 $A - B = A$, 则 $B \subseteq A$
- C. 若 $A - B = \emptyset$, 则 $A = B$
- D. 若 $A - B = \emptyset$, 则 $A \subseteq B$
18. 已知三个集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - ax + (a - 1) = 0\}$, $C = \{x \mid x^2 - bx + 2 = 0\}$, 同时满足 $B \subsetneq A, C \neq \emptyset, C \subseteq A$ 的实数 a, b 是否存在? 若存在, 求出 a, b 所有的值; 若不存在, 请说明理由.

1.1.3 集合的基本运算

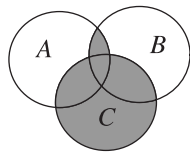
第1课时 集合的交集与并集的运算

基础夯实篇

- 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()
A. $\{2\}$ B. $\{6\}$
C. $\{1, 3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 已知集合 $M = \{x \mid y = \sqrt{x-1}\}$, $N = \{x \mid -1 < x < 2\}$, 那么 $M \cap N =$ ()
A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 1]$
C. $(1, 2)$ D. $[1, 2)$
- 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{-2, 2\}$, 则下列结论正确的是 ()
A. $N \subseteq M$
B. $M \cup N = M$
C. $M \cap N = N$
D. $M \cap N = \{2\}$
- [2024·成都高一期中] 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, 若 $A \cup B = A$, 则 $m =$ ()
A. 0 或 5 B. 0 或 3
C. 1 或 $\sqrt{3}$ D. 1 或 3
- 已知集合 $A = \{(x, y) \mid y = x - 1\}$, $B = \{(x, y) \mid y = -2x + 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{(2, 1)\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{(1, 2)\}$ D. $\{-1, 5\}$
- 已知集合 $P = \{1, 3\}$, 则满足 $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 Q 的个数是 ()
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
- 设集合 $A = \{x \mid x > 2\}$, $B = \{x \mid x \leq a\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是_____.
- 已知集合 $A = \{x \mid -2 < x \leq 15\}$, $B = \{x \mid m - 6 \leq x < 2m - 1, m \in \mathbf{R}\}$.
(1) 当 $m = 2$ 时, 求 $A \cap B$;
(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

素养提能篇

- 设集合 $A = \{0, 1, 4\}$, $B = \{0, 1, 3\}$, 则下列结论正确的是 ()
A. $A \cap B = \{0, 1\}$
B. $A \subseteq B$
C. $A \cup B = \{0, 1, 1, 3, 4\}$
D. 集合 A 的真子集有 8 个
- 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid 1 \leq x < 3\}$, 则 $(A \cap C) \cup B =$ ()
A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$
C. $\{-1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
- 图中的阴影部分表示的集合是 ()
A. $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
B. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
C. $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
D. $(A \cup B) \cap C$
- 满足 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $M \cap \{4, 5\} \neq \emptyset$ 的集合 M 的个数是 ()
A. 12 B. 18
C. 24 D. 28
- (多选题) 已知集合 A, B 都是非空集合, 若 $B \subseteq A$, 则下列结论正确的是 ()
A. $A \cup B = B$ B. $A \cup B = A$
C. $A \cap B = A$ D. $A \cap B = B$



思维训练篇

14. (多选题) 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $N \cap M = \{4, 5\}$, 则 N 可能为 ()
- A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ B. $\{4, 5, 6\}$
 C. $\{4, 5\}$ D. $\{3, 4, 5\}$
15. 若区间 $A = [-3, a)$, $B = (-\infty, b]$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 b 的取值范围为_____.
16. 已知集合 $A = \{a^2, a+1, -3\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, $A \cap B = \{-3\}$.
- (1) 求实数 a 的值;
- (2) 求满足 $(A \cap B) \subseteq M \subseteq (A \cup B)$ 的集合 M 的个数.

17. 已知集合 A 满足 $\{2, 3, 4\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 $A \cap \{1, 2, 5\} = \{2, 5\}$, 则集合 A 的非空真子集有_____个.
18. [2023 · 北京四中高一期中] 若非空数集 A 满足对任意 $x, y \in A$, 使得 $x+y \notin A$, 则称集合 A 为无和集.
- (1) 判断集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 是否为无和集, 直接写出结论;
- (2) 给定正整数 $n \geq 5$, 集合 A, B 满足 $A \cup B = \{1, 2, \dots, n\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求证: 集合 A, B 不可能都是无和集.



第2课时 集合的全集、补集运算

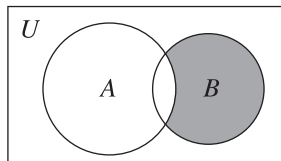
基础 夯实篇

1. 设集合 $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{4, 8\}$, 则 $\complement_A B =$ ()
 A. $\{4, 8\}$
 B. $\{0, 2, 6\}$
 C. $\{0, 2, 6, 10\}$
 D. $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$
2. 已知集合 $U = \{x \mid -1 < x \leq 2\}$, $\complement_U B = \{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$, 则 $B =$ ()
 A. $(-1, 0)$ B. $[-1, 0)$
 C. $(-1, 0]$ D. $[-1, 0]$
3. 设全集 $U = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 6\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ()
 A. $\{2, 4\}$ B. $\{2, 4, 6\}$
 C. $\{0, 2, 4\}$ D. $\{0, 2, 4, 6\}$
4. 已知集合 U 为全集, 集合 M, N 是 U 的子集, 且满足 $(\complement_U M) \cap N = \emptyset$, 则 ()
 A. $M \cap N = M$
 B. $M \cup N = N$
 C. $M \cap (\complement_U N) = \emptyset$
 D. $M \cup (\complement_U N) = U$
5. 若区间 $A = (-\infty, a)$, $B = (1, 2)$, 且 $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $[2, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$
6. (多选题) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 3 \text{ 或 } 4 < x < 6\}$, 集合 $B = \{x \mid 2 \leq x < 5\}$, 则下列集合运算正确的是 ()
 A. $\complement_U A = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } 3 < x < 4 \text{ 或 } x > 6\}$
 B. $\complement_U B = \{x \mid x < 2 \text{ 或 } x \geq 5\}$
 C. $A \cap (\complement_U B) = \{x \mid 1 \leq x < 2 \text{ 或 } 5 \leq x < 6\}$
 D. $(\complement_U A) \cup B = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } 2 < x < 5 \text{ 或 } x > 6\}$
7. 已知全集 $U = \{1, 3, 5, 7\}$, 集合 $M = \{1, |a-5|\}$, $\complement_U M = \{5, 7\}$, 则实数 a 的值为_____.

8. 已知集合 $A = \{x \mid a < x < 2a\}$, $B = \{x \mid x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 3\}$.
 (1) 当 $a = 2$ 时, 求 $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B)$;
 (2) 若 $A \subseteq \complement_{\mathbf{R}} B$, 求 a 的取值范围.

素养 提能篇

9. 已知 A, B 均为集合 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 的子集, 且 $A \cap B = \{3\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{9\}$, 则 $A =$ ()
 A. $\{1, 3\}$ B. $\{3, 7, 9\}$
 C. $\{3, 5, 9\}$ D. $\{3, 9\}$
10. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x \geq 3, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid -2 < x < 4\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $[-2, 3]$ B. $(-2, 3)$
 C. $(-2, 3]$ D. $[-2, 3)$
11. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 3\}$, 集合 $B = \{x \mid k < x < k+1, k \in \mathbf{R}\}$, 且 $B \cap (\complement_U A) \neq \emptyset$, 则 ()
 A. $k < 0$ 或 $k > 3$ B. $2 < k < 3$
 C. $0 < k < 3$ D. $-1 < k < 3$
12. [2023·江苏宿迁高一期中] 已知非空集合 A, B, C 都是 \mathbf{R} 的子集, 且满足 $B \subseteq A, A \cap C = \emptyset$, 则下列说法错误的是 ()
 A. $A \cup B = A$ B. $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} C) = A$
 C. $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} C) = \mathbf{R}$ D. $B \cap (\complement_{\mathbf{R}} C) = B$

1.2 常用逻辑用语

1.2.1 命题与量词

基础 夯实篇

1. 将命题“ $x^2 + y^2 \geq 2xy$ ”改写成全称量词命题, 下列说法正确的是 ()
- A. 对任意的 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
B. 存在 $x, y \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
C. 对所有的 $x > 0, y > 0$, 都有 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
D. 存在 $x > 0, y > 0$, 使得 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
2. 下列命题是存在量词命题的是 ()
- A. 正方形的对角线相等
B. 有理数是实数
C. 某些二次方程没有实数解
D. 三角形的两边之和大于第三边
3. 下列命题中全称量词命题的个数为 ()
- ① 平行四边形的对角线互相平分;
② 梯形有两边平行;
③ 存在一个菱形, 它的四条边不相等.
- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3
4. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 3$ ”的另一种表述方法是 ()
- A. 有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
B. 对有些 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
C. 任意一个 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 > 3$
D. 至少有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
5. (多选题) 下列命题中是假命题的是 ()
- A. 形如 $a + b\sqrt{6}$ 的数是无理数
B. 一个数不是正数就是负数
C. 菱形的对角线互相垂直且平分
D. 能被 2 整除的数一定能被 4 整除
6. “对每一个 $x_1 \in \mathbf{R}, x_2 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 < x_2$, 都有 $x_1^2 < x_2^2$ ”是_____ (填“全称量词”或“存在量词”) 命题, 这个命题是_____ (填“真”或“假”) 命题.
7. “任意一个不大于 0 的数的立方不大于 0”用“ \exists ”或“ \forall ”符号表示为_____.

8. 用全称量词或存在量词表述下列语句:

- (1) 不等式 $x^2 + x + 1 > 0$ 恒成立;
(2) 当 x 为有理数时, $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$ 也为有理数;
(3) 平行四边形可以是菱形;
(4) 方程 $3x - 2y = 10$ 有整数解.

素养 提能篇

9. 下列存在量词命题是假命题的是 ()
- A. 有些不相似的三角形的面积相等
B. 存在一个实数 x , 使得 $x^2 + x + 1 < 0$
C. 存在一个实数 a , 使得函数 $y = ax + b$ 的值随 x 的增大而增大
D. 有一个实数的倒数是它本身
10. 设非空集合 A, B 满足 $A \subseteq B$, 则 ()
- A. $\exists x \in A, x \notin B$ B. $\forall x \in A, x \in B$
C. $\forall x \in B, x \notin A$ D. $\forall x \in B, x \in A$
11. 若命题“存在 $x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x - m = 0$ ”是真命题, 则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $m \leq -1$ B. $m \geq -1$
C. $-1 \leq m \leq 1$ D. $m > -1$

思维训练篇

12. (多选题)下列命题为真命题的是 ()
- A. $\forall x, y \in \mathbf{R}, x^2 + xy + y^2 \geq 0$
 B. $\exists a, b \in \mathbf{N}^*, a^2 + b^2 - a - b \geq 0$
 C. $\exists x, y \in \mathbf{R}, x^2 + y^2 = xy$
 D. $\forall x, y \in \mathbf{R}, x^2 - y^2 = (x + y)x$
13. (多选题)使得命题“ $\forall x \in [1, 3], x^2 - a \leq 0$ ”为真命题的 a 的取值范围可以是 ()
- A. $a > 9$ B. $a \leq 9$
 C. $a \geq 10$ D. $a \leq 10$
14. 给出下列命题:
- ①有的质数是偶数;
 ② $\forall x \in \mathbf{N}^*, (x-1)^2 > 0$;
 ③有的三角形的三个内角均为 60° ;
 ④与圆只有一个公共点的直线是圆的切线.
- 其中是全称量词命题且为真命题的是 _____, 是存在量词命题且为真命题的是 _____.(填序号)
15. 已知命题 p : 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 一次函数 $y = -2x + b$ 的图象都不经过第一象限. 若 p 为真命题, 则实数 b 的取值范围是 _____.
16. [2024 · 宁夏吴忠高一期中] 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2 + (2m - 4)x + m^2 = 0$ 有两个不相等的实数根; $q: -2 \leq m + 1 \leq 4$.
- (1) 若 p 为真命题, 求实数 m 的取值范围;
 (2) 若 p, q 一真一假, 求实数 m 的取值范围.

17. (多选题)十七世纪法国数学家费马提出猜想: 当整数 $n > 2$ 时, 关于 x, y, z 的方程 $x^n + y^n = z^n$ 没有正整数解. 经历三百多年, 于二十世纪九十年代中期由美国数学家安德鲁怀尔斯证明了费马猜想, 使它终成为费马大定理. 根据前面叙述, 下列说法中正确的有 ()
- A. 存在至少一组正整数组 (x, y, z) 是关于 x, y, z 的方程 $x^3 + y^3 = z^3$ 的解
 B. 关于 x, y 的方程 $x^3 + y^3 = 1$ 有正有理数解
 C. 关于 x, y 的方程 $x^3 + y^3 = 1$ 没有正有理数解
 D. 方程 $x^4 + y^4 = z^4$ 有正实数解
18. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}, B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}, B \neq \emptyset$.
- (1) 若“ $\forall x \in B, x \in A$ ”是真命题, 求实数 m 的取值范围;
 (2) 若“ $\exists x \in A, x \in B$ ”是真命题, 求实数 m 的取值范围.

1.2.2 全称量词命题与存在量词命题的否定

基础 夯实篇

- 命题 $p: \exists x \in \mathbf{Q}, x^2=2$ 的否定为 ()
 A. $\exists x \notin \mathbf{Q}, x^2=2$ B. $\exists x \in \mathbf{Q}, x^2 \neq 2$
 C. $\forall x \notin \mathbf{Q}, x^2=2$ D. $\forall x \in \mathbf{Q}, x^2 \neq 2$
- 命题“ $\forall x < 0, x + \frac{1}{x} \leq -2$ ”的否定是 ()
 A. $\exists x > 0, x + \frac{1}{x} \leq -2$
 B. $\exists x > 0, x + \frac{1}{x} > -2$
 C. $\exists x < 0, x + \frac{1}{x} \geq -2$
 D. $\exists x < 0, x + \frac{1}{x} > -2$
- 设 $x \in \mathbf{Z}$, 集合 A 是奇数集, 集合 B 是偶数集, 若命题 $p: \forall x \in A, 2x \in B$, 则 ()
 A. $\neg p: \forall x \in A, 2x \notin B$
 B. $\neg p: \forall x \notin A, 2x \notin B$
 C. $\neg p: \exists x \in A, 2x \in B$
 D. $\neg p: \exists x \in A, 2x \notin B$
- 命题“存在一个无理数, 它的平方是有理数”的否定是 ()
 A. 任意一个有理数, 它的平方是有理数
 B. 任意一个无理数, 它的平方不是有理数
 C. 存在一个有理数, 它的平方是有理数
 D. 存在一个无理数, 它的平方不是有理数
- 命题 $p: \exists x, y \in \mathbf{R}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$, 则 ()
 A. p 是真命题, $\neg p: \exists x, y \in \mathbf{R}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$
 B. p 是真命题, $\neg p: \forall x, y \in \mathbf{R}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \neq \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$
 C. p 是假命题, $\neg p: \exists x, y \in \mathbf{R}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$
 D. p 是假命题, $\neg p: \forall x, y \in \mathbf{R}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \neq \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}$

- 命题“存在实数 x, y , 使得 $2x + 3y \geq 2$ ”, 用符号表示为 _____; 此命题的否定是 _____ (用符号表示).
- “三角形的三条中线交于同一点”的否定是 _____.
- 写出下列命题的否定:
 - 所有自然数的平方都是正数;
 - 任何实数 x 都是方程 $5x - 12 = 0$ 的根;
 - 对任意的实数 x , 都有 $x^2 + 1 \geq 0$.
 - 有些实数的绝对值是正数;
 - 某些平行四边形是菱形;
 - $\exists x, y \in \mathbf{Z}, \sqrt{2}x + y = 3$.

素养 提能篇

- [2023 · 广东肇庆香山中学高一期中] “对于任意 $x \in \mathbf{Z}$, 都有 $x^2 + 2x + m > 0$ ”的否定是 ()
 A. 存在 $x \in \mathbf{Z}$, 使得 $x^2 + 2x + m > 0$
 B. 存在 $x \in \mathbf{Z}$, 使得 $x^2 + 2x + m \leq 0$
 C. 对于任意 $x \in \mathbf{Z}$, 不都有 $x^2 + 2x + m \leq 0$
 D. 对于任意 $x \in \mathbf{Z}$, 都没有 $x^2 + 2x + m > 0$
- 下列命题的否定是假命题的是 ()
 A. 存在偶数 $2n$ 是 7 的倍数
 B. 在平面内存在一个三角形的内角和大于 180°
 C. 所有一元二次方程在实数范围内都有根
 D. 存在 $a, b \in \mathbf{R}$, 使得 $a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2 < 0$
- 已知“存在 $x \in \{x | -1 < x < 2\}$, 使得等式 $3x - m = 0$ 成立”是假命题, 则实数 m 的取值范围是 ()
 A. $(-3, 6)$
 B. $(-\infty, -3) \cup (6, +\infty)$
 C. $[-3, 6]$
 D. $(-\infty, -3] \cup [6, +\infty)$

思维训练篇

12. (多选题) 下列说法中正确的是 ()
- A. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 = 0$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 \neq 0$ ”
- B. 若 $A = \{x | x > 0\}$, $B = \{x | x \leq -1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = A$
- C. 命题“ $\forall x > 0, x^2 - x \leq 0$ ”的否定是“ $\exists x > 0, x^2 - x > 0$ ”
- D. 若 $\neg p$ 是真命题, 则 p 一定是假命题
13. (多选题) 若“ $\forall x \in M, |x| > x$ ”为真命题, “ $\exists x \in M, x > 3$ ”为假命题, 则区间 M 可以是 ()
- A. $(-\infty, -5)$ B. $(-3, -1]$
- C. $(3, +\infty)$ D. $[0, 3]$
14. 若“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 - a = 0$ ”是假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.
15. [2023 · 山东日照一中高一月考] 已知命题 p : $\exists x \in \mathbf{R}, (x-1)(x-2) < 0$, 则 p 的否定为_____.
16. [2023 · 江苏徐州七中高一月考] 已知 p : $\forall x \in \{x | -2 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}, \frac{1}{3}x^2 < 2a - 3, q$: $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a = 0$.
- (1) 写出 p 的否定.
- (2) 若 q 为假命题, 求实数 a 的取值范围.
- (3) 是否存在实数 a , 使得 p 和 q 有且只有一个为真命题? 若存在, 求出实数 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

17. 某中学开展小组合作学习模式, 高二某班某组小王同学给组内小李同学出题如下: 若“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + m < 0$ ”是假命题, 求 m 的取值范围. 小李略加思索, 反手给小王出了一道题: 若“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + m \geq 0$ ”是真命题, 求 m 的取值范围. 则两位同学题中 m 的取值范围_____. (填“一致”或“不一致”)
18. [2023 · 哈尔滨师大附中高一月考] 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{x | x^2 - (3m+1)x + 2m(m+1) = 0\}$.
- (1) 若 p : $\forall x \in B, x \in A$ 是真命题, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 若 q : $\exists x \in B, x \in A$ 是真命题, 求实数 m 的取值范围.

1.2.3 充分条件、必要条件

基础 夯实篇

- 已知 $p: x > 2, q: x > 1$, 则 p 是 q 的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x > 0, y > 0$ ”是“ $xy > 0$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $0 < x < 3$ ”是“ $-1 < x - 1 < 1$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 已知 a, b 为实数, 则“ $a > 0$ 且 $b > 0$ ”是“ $a + b > 0$ 且 $ab > 0$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 使不等式 $-5x + 3 \geq 0$ 成立的一个充分不必要条件是 ()
 - $x \in (-\infty, 0)$
 - $x \in [0, +\infty)$
 - $x \in \{3, 5\}$
 - $x \in (-\infty, \frac{3}{5}]$
- 若“ $x \geq a$ ”是“ $x \geq 2$ ”的必要不充分条件, 则 a 的取值范围为 ()
 - $(3, +\infty)$
 - $(-\infty, 2)$
 - $(-\infty, 2]$
 - $[0, +\infty)$
- 在同一个平面内, “两条直线不相交”是“两条直线平行”的 _____ 条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分也不必要”中的一个)
- 指出下列各题中 p 是 q 的什么条件(在“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”“既不充分也不必要条件”中选一个作答).

- $p: x - 3 = 0, q: (x - 2)(x - 3) = 0$;
- $p: x = 2$ 或 $x = -2, q: \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ 的值为 0;
- $p: a > b, q: ac > bc$.

素养 提能篇

- 如果 p 是 q 的充分条件, r 是 q 的必要条件, p 是 r 的必要条件, r 是 s 的充分不必要条件, 那么下列说法正确的是 ()
 - p 是 r 的充分不必要条件
 - r 是 q 的充分不必要条件
 - q 是 s 的充要条件
 - s 是 q 的必要不充分条件
- 已知 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, 非空集合 $B = \{x \mid -1 < x < m + 1\}$, 若 $x \in A$ 成立的一个充分不必要条件是 $x \in B$, 则实数 m 的取值范围是 ()
 - $(-2, 2)$
 - $(-\infty, 2)$
 - $(2, +\infty)$
 - $[2, +\infty)$
- (多选题) 下列各组条件中, p 是 q 的充要条件的是 ()
 - p : 四边形是正方形; q : 四边形的对角线互相垂直且平分
 - p : 两个三角形相似; q : 两个三角形的三边对应成比例
 - $p: xy > 0; q: x > 0, y > 0$
 - $p: x = 1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根; $q: a + b + c = 0 (a \neq 0)$

12. (多选题) 已知关于 x 的方程 $x^2 + (m-3)x + 4 = 0$, 则下列说法中正确的是 ()
- A. 当 $m=3$ 时, 方程的两个实根之和为 0
- B. 方程无实根的一个必要条件是 $m > -1$
- C. 方程有两个正实根的充要条件是 $m \leq -1$
- D. 方程有两个正实根的充要条件是 $m < 0$
13. 已知集合 $M = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$, $P = \{x | -a \leq x \leq 8\}$, 则“ $M \cap P = \{x | 5 < x \leq 8\}$ ”的充要条件是_____. (填写符合要求的 a 的取值范围)
14. 给出下列四个命题:
- ①“关于 x 的方程 $x + 3a = 0$ 在 $[-3, 6]$ 上存在解”的充要条件是“ $-2 \leq a \leq 1$ ”;
- ②在 $\triangle ABC$ 中, “ $\angle A > \angle B$ ”是“ $BC > AC$ ”的充分不必要条件;
- ③“四边形的对角线互相平分”是“四边形是矩形”的必要不充分条件;
- ④“ $\triangle ABC$ 是直角三角形”是“ $\triangle ABC$ 是等腰三角形”的既不充分也不必要条件.
- 其中是真命题的是_____. (填序号)
15. 若“ $x^2 + ax + b = 0$ ”是“ $x = 1$ ”的充要条件, 则 $a + b$ 的值为_____.
16. [2023 · 安徽淮南高一期中] 已知集合 $A = \{x | x^2 + (m+1)x + 4 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | |x| \leq 1\}$.
- (1) 若“ $\exists x \in B, x \in A$ ”为假命题, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 求证: A 至少有 2 个子集的充要条件是 $m \leq -5$ 或 $m \geq 3$.

17. 若 $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ 是不等式 $m - 1 < x < m + 1$ 成立的一个充分不必要条件, 则实数 m 的取值集合是_____.
18. 记关于 x 的方程 $|x^2 + ax + b| = 2$ 的解集为 M , 其中 $a, b \in \mathbf{R}$.
- (1) 求 M 恰有 3 个元素的充要条件;
- (2) 在(1)的条件下, 试求: 以 M 中的元素为边长的三角形恰好为直角三角形的充要条件.

素养测评滚动(一) [范围 1.1~1.2]

(时间:45分钟 分值:100分)

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

1. 命题“ $\forall a, b \in \mathbf{R}$, 方程 $ax=b$ 都有唯一的解”的否定是 ()
 - A. $\forall a, b \in \mathbf{R}$, 方程 $ax=b$ 的解不唯一
 - B. $\exists a, b \in \mathbf{R}$, 方程 $ax=b$ 的解不唯一
 - C. $\forall a, b \in \mathbf{R}$, 方程 $ax=b$ 的解不唯一或不存在
 - D. $\exists a, b \in \mathbf{R}$, 方程 $ax=b$ 的解不唯一或不存在
2. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x | m+1 < x < 2m-1\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 m 的取值范围是 ()
 - A. $(-\infty, 2]$
 - B. $(2, 4]$
 - C. $[2, 4]$
 - D. $(-\infty, 4]$
3. 已知 $p: x \geq k$; $q: x > 2$ 或 $x < -1$. 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 k 的取值范围是 ()
 - A. $k \geq 2$
 - B. $k > 2$
 - C. $k \geq 1$
 - D. $k \leq -1$
4. 已知集合 $A = \{x | ax-1=0\}$, $B = \{x | 2 \leq x < 4, x \in \mathbf{N}\}$, 且 $A \cup B = B$, 则实数 a 的所有值构成的集合是 ()
 - A. $\{\frac{1}{2}\}$
 - B. $\{\frac{1}{3}\}$
 - C. $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$
 - D. $\{0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$
5. [2024·成都七中高一期末] 已知集合 $A = \{x | x = 4k, k \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 4k+2, k \in \mathbf{N}\}$, 则 $\complement_{\mathbf{N}}(A \cup B) =$ ()
 - A. $\{x | x = 4k+1, k \in \mathbf{N}\}$
 - B. $\{x | x = 4k+3, k \in \mathbf{N}\}$
 - C. $\{x | x = 2k+1, k \in \mathbf{N}\}$
 - D. $\{x | x = 2k+3, k \in \mathbf{N}\}$
6. “ $x+y \leq 6$ ”是“ $x \leq 2$ 或 $y \leq 4$ ”的 ()
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件

二、多项选择题:本题共2小题,每小题6分,共12分.

7. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | x < 4\}$, $B \subseteq \mathbf{N}$, 则 ()
 - A. 集合 $B \cup \mathbf{N} = \mathbf{N}$
 - B. 集合 $A \cap B$ 可能是 $\{1, 2, 3\}$
 - C. 集合 $A \cap B$ 可能是 $\{-1, 1\}$
 - D. 0 可能属于 B
8. [2024·北京四中高一期末] 对于数集 A, B , 定义运算 $A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$, 则 ()
 - A. $A \times B = B \times A$
 - B. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
 - C. 集合 $\{0\} \times \mathbf{R}$ 表示 y 轴所在直线
 - D. 集合 $A \times A$ 表示正方形区域(含边界)

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

9. 已知 $A = \{x | y = \sqrt{x+1}\}$, $B = \{y | y = x^2 + 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
10. 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有实根, p 的充要条件是 _____, p 的一个充分不必要条件是 _____.
11. 若集合 $A = \{a-3, 2a-1, a^2-4\}$, 且 $-3 \in A$, 则实数 $a =$ _____.

四、解答题:本题共3小题,共43分.

12. (13分) 已知 p : 关于 x 的方程 $4x^2 - 4x + 2a + 5 = 0$ 的解集至多有两个子集, $q: 1-m \leq a, m > 0$. 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

13. (15分)请在①充分不必要条件,②必要不充分条件,③充要条件这三个条件中任选一个补充在下面问题的横线上,并解答问题.

已知集合 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x \mid 1 - a \leq x \leq 1 + a\}$ ($a > 0$), 是否存在实数 a , 使得“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的 _____? 若存在, 求出 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

14. (15分)[2024·江西景德镇一中高一月考] 已知数集 A 及定义在该数集上的某个运算(例如记为“ $*$ ”), 如果对一切 $a \in A, b \in A$, 都有 $a * b \in A$, 那么就称集合 A 对运算“ $*$ ”是封闭的.

(1) 设 $A = \{x \mid x = m + \sqrt{2}n, m, n \in \mathbf{Z}\}$, 判断 A 对通常的实数的乘法运算是否封闭?

(2) 设 $B = \{x \mid x = m + \sqrt{2}n, m, n \in \mathbf{Z}, \text{且 } n \neq 0\}$, 则 B 对通常的实数的乘法运算是否封闭? 试证明你的结论.

